Thème : Effectuer des bilans d'énergie sur un système
Cours 22-2 : Loi phénoménologique de Newton
(version élèves)

B.O. Loi phénoménologique de Newton

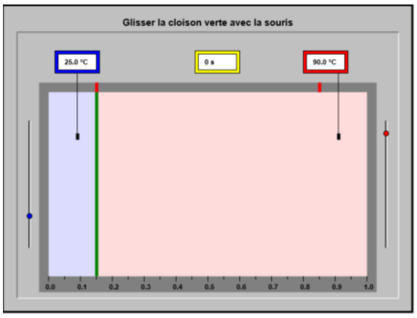
I. Loi phénoménologique de Newton, modélisation de l'évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat.

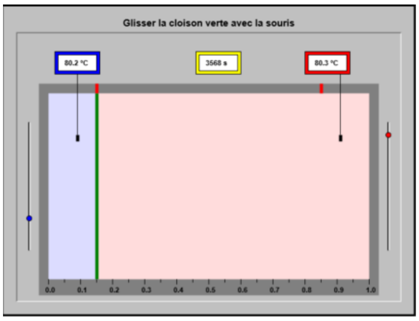
1. Loi de refroidissement de Newton (loi phénoménologique).

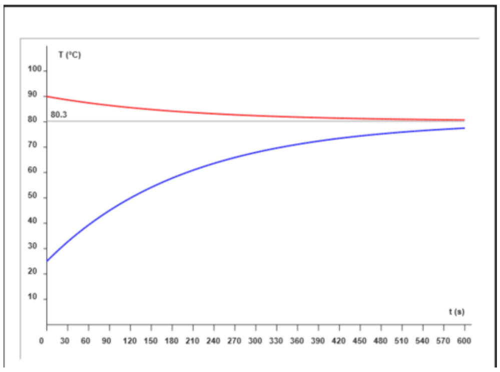
Animation : http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/thermo/newton.html

Expérience : De l'eau chaude à $T = 90$°C est versée dans un thermostat de température ambiante initiale $T_{ambiante} = 25$°C
Les parties bleue et rose représentent les masses respectives du thermostat et de l'eau.

à t = 0 | à t = 1 h environ







Courbes d'évolution de la température

Loi de refroidissement de Newton :

- Le taux de perte de chaleur d'un corps est proportionnel à la différence de température entre le corps et le milieu environnant.
- La vitesse de refroidissement d'un corps inerte est proportionnelle à la différence de température entre ce corps et le milieu ambiant.
  http://maths.ac-creteil.fr/IMG/pdf/equas_diffs_et_refroidissement.pdf

On étudie le refroidissement d'un corps chauffé de masse m et de capacité thermique massique c à une température initiale élevée T_0 dans un milieu ambiant dont la température supposée constante est égale à $T_{ambiante}$. La surface d'échange avec le milieu extérieur est égale à S

Etablissons l'équation différentielle traduisant la loi de Newton à partir du premier principe de la thermodynamique :

Considérons que le système est au repos alors son énergie mécanique ne varie pas ;
le 1er principe de la thermodynamique donne $\Delta U = W + Q$
On va considérer que le système n'échange pas de travail ainsi $W = 0$ et donc $\boldsymbol{\Delta U = Q}$.
Donc $Q = \Delta U = m.c.\Delta T$ $\quad\Delta T$ étant la variation de température entre l'étatfinal et l'état initial
Par définition du flux thermique, on a :$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$ avec $\Delta U = Q = m \,.\, c \,.\, \Delta T$
Alors on peut écrire $\Phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m\,.c\,.\Delta T}{\Delta t}$
La loi de Newton dans l'air donne : $\Phi = h_{air}.S.(T_{ambiante} - T)$ **Expression donnée dans un énoncé**
h_{air} est le coefficient thermique surfacique dans l'air et S est la surface d'échange et T, la température du corps à une date donnée.

Question : En notant $k = \frac{h_{air}.S}{m.c}$, montrer que l'équation différentielle s'écrit $\frac{dT}{dt} + k \cdot T = k \cdot T_{ambiante}$

Question : Déterminer les expressions des coefficients A et B de la solution de l'équation différentielle est : $T = A \cdot e^{-kt} + B$ avec T_0 : température initiale du corps.

Expérience : https://owl-ge.ch/IMG/pdf/P117_18032003.pdf

1.5.2. Résolution de l'équation différentielle.

Le problème à résoudre est donc le suivant : on cherche à déterminer l'expression de la température *T*(*t*) qui vérifie l'équation $\frac{dT(t)}{dt} + k \cdot T(t) = k \cdot T_{ambiante}$
La solution de cette équation s'écrit : $T = A \cdot e^{-kt} + B$

La constante *B* est déterminer quand *t* tend vers ∞, e^{-kt} → 0 quand *t* tend vers ∞, alors $T = B$
Au bout d'une durée longue, la température tend vers la température ambiante de la pièce donc *B* = $T_{ambiante}$

La constante *A* est déterminée dans les conditions initiale quand *t* =0
On a $T_0 = A \cdot e^{-kt} + B$ avec *B* = $T_{ambiante}$, on a $T_0 = A \cdot e^{-kt} + T_{ambiante}$
Quand *t* = 0, $T_0 = A \cdot e^{-k.0} + T_{ambiante}$
$\Leftrightarrow\ T_0 = A + T_{ambiante}$
$\Leftrightarrow\ A = T_0 - T_{ambiante}$

La solution complète de l'équation différentielle est donc : $\boldsymbol{T(t) = T_{ambiante}} + (T_0 - T_{ambiante}) \cdot \boldsymbol{e^{-kt}}$

<u>Question</u> : Une barre de métal chauffée à 200° C est laissée à refroidir pendant 3 minutes dans un local dont la température ambiante est de 20° C. On constate alors que la température de la barre est de 80° C.
Dans combien de temps la température de la barre atteindra-telle 25° C ?

<u>Réponse</u> : La résolution nécessite de déterminer dans un premier temps la valeur de *k*, puis d'en déduire la durée nécessaire pour atteindre 25°C.

La température évolue selon l'équation : $T(t) = T_{ambiante} + (T_0 - T_{ambiante}) \cdot e^{-kt}$
$T_{ambiante}$ = 20°C T_0 = 200 °C $T(t)$ = 80°C

On détermine dans un premier temps, la valeur de la constante *k*
$80 = 20 + (200 - 20) \cdot e^{-k\times(3\times60)}$
$\Leftrightarrow e^{-k\times(3\times60)} = \frac{80-20}{200-20}$
$\Leftrightarrow e^{-k\times(3\times60)} = \frac{1}{3}$
$\Leftrightarrow -k \times (180) = Ln\left(\frac{1}{3}\right)$
$\Leftrightarrow k = -\frac{Ln\left(\frac{1}{3}\right)}{180}$ = 6,1 × 10^{-3} s^{-1}

Dans un second temps, on détermine la durée nécessaire pour atteindre 25°C
$25 = 20 + (200 - 20) \cdot e^{-kt}$
$\Leftrightarrow e^{-kt} = \frac{25-20}{200-20}$
$\Leftrightarrow e^{-kt} = 0{,}02778$
$\Leftrightarrow -k \times t = Ln(0{,}02778)$
$\Leftrightarrow t = -\frac{Ln(0{,}02778)}{6{,}1\times10^{-3}}$ = 587,45 s soit 9 min 47 s (pratiquement 10 min)